课程编号：1700002 北京理工大学2022-2023学年第一学期

**2022级硕士研究生矩阵分析期末试题**

座号\_\_\_\_\_\_\_\_\_学院\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(试卷共7页,八道大题.解答题必须有解题过程,试卷后面空白页撕下做稿纸,试卷不得拆散)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 总分 |
| 得分 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 签名 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

一、填空题（每空3分，共30分）

1. 我们用表示所有次数小于的多项式构成的线性空间，那么线性空间的维数为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。线性映射表示由定义的积分映射, 则在的一个基和的一个基下的矩阵表示为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，的值域为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。
2. 设，则的不变因子为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，的初等因子为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。
3. 已知矩阵，则矩阵谱范数\_\_\_\_\_\_，矩阵的列和范数\_\_\_\_\_\_，矩阵函数的行列式值\_\_\_\_\_\_，这里为虚数单位，.
4. 已知函数矩阵，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。
5. (14分) 已知矩阵 .

（1）求矩阵的Jordan标准形和最小多项式。

（2）求矩阵函数和。

三、(10分) 已知 ，求矩阵的奇异值分解表达式，这里为虚数

单位，.

四、（10分）已知正规矩阵

.

求矩阵的谱分解.

五、（10分）已知Hermitian矩阵已知矩阵 ，与之相对应的Hermitian二次型为，这里 .

1. 用酉变换将Hermitian二次型化成标准形,并写出所做的酉变换.

（2）判断的定性（正定、负定，半正定，半负定）。

六、（10分）（1）证明：任意一个正规矩阵的谱半径等于其谱范数。

（2）证明：，这里是任意的复矩阵，明：表示矩阵的Frobenius范数。

1. （10分）已知矩阵. 证明：矩阵幂级数 收敛，并求其收敛和.
2. （6分）设是一个 矩阵，如果存在正整数使得，那么称是幂零的。证明：任意一个 复矩阵均可表示成 ，其中是一个可对角化矩阵，是一个幂零矩阵，并且。